

**Пояснительная записка**

Данная программа поможет учащимся ознакомиться со многими интересными вопросами математики, выходящими за рамки школьной программы, расширить целостное представление о проблемах данной науки

Программа математического кружка содержит в основном традиционные темы занимательной математики. Уровень сложности подобранных заданий позволяет привлечь значительное число учащихся, а не только наиболее сильных. Для тех школьников, которые пока не проявляют заметной склонности к математике, эти занятия могут положить начало в развитии их интереса к предмету и вызвать желание увлечься математикой. Кроме того, хотя эти вопросы и выходят за рамки обязательного содержания, они, безусловно, будут способствовать совершенствованию и развитию важнейших математических умений, предусмотренных программой.

В содержание занятий включены олимпиадные, старинные, логические и нестандартные задачи, исторический материал, геометрический материал. Предлагаемая программа рассчитана на 568 часов, где кроме решения задач и самостоятельной работы планируются конкурсы, викторины, КВНы, игры и часы занимательной математики.

Содержание программы может изменяться, расширяться или углубляться в рамках тем, выбранных для самостоятельного изучения.Программа может содержать разные уровни сложности изучаемого материала и позволяет найти оптимальный вариант работы для определенной группы учащихся, ее можно расширять, изменять с учетом конкретных педагогических задач и запросов детей.

**Цели программы**:

1. Привитие интереса учащимся к математике.
2. Углубление и расширение знанийучащихся по математике.
3. Повышение математической культуры учащихся и создание условий для развития творческих способностей школьников.

**Задачи:**

1. Обеспечить усвоение математических знаний и умений.
2. Развить логическое мышление и пространственное воображение.
3. Воспитать настойчивость, инициативу.
4. Развивать коммуникативные навыки путем включения школьников в различные виды деятельности.

**Ведущие принципы.**

* Содержание и структура программы рассматривается как особая дидактическая конструкция, создаваемая с учетом возрастных особенностей учащихся (психофизических интересов, склонностей);
* В основу содержания и структуры программы положен дидактический принцип личностно-ориентированного обучения, в качестве главного объекта учебно-воспитательного процесса рассматривающий учащегося с его индивидуальными особенностями восприятия и осмысления;
* Принцип компетентностного подхода, т.е. конечный результат обучения определяется не столько суммой приобретенных знаний, сколько умением применять их на практике, в повседневной жизни, использовать для развития чувственных, волевых, интеллектуальных и других качеств личности учащегося.

**Организация работы кружка.**

В основе кружковой работы лежит принцип добровольности. Он организован для всех желающих. В течение года кружковые занятия увязаны с другими формами внеклассной работы по математике, в подготовке которых активное участие принимают члены кружка.

Занятия кружка проводятся 4 раза в неделю, продолжительность занятия – 180 минут.  При построении учебного процесса, основной формой проведения кружковых занятий является комбинированное тематическое занятие.

Примерная структура данного занятия

* 1. Объяснение учителя или доклад учащегося по теме занятия.
  2. Самостоятельное решение задач по теме занятия, причем в числе этих задач должны быть задачи и повышенной трудности. После решенияпервой задачи всеми или большинством учащихся один из учащихся производит ее разбор. Учитель по ходу решения задач формулируетвыводы, делает обобщения.
  3. Решение задач занимательного характера, задач на смекалку.
  4. Подведение итогов занятия(ответы на вопросы учащихся, обсуждение математической газеты, следующей встречи, сценки, домашнее задание).

При закреплении материала, совершенствовании знаний, умений и навыков целесообразно практиковать самостоятельную работу школьников. На занятиях кружка можно использовать различные современные образовательные технологии и сочетать все режимы работы: индивидуальный, парный, групповой, коллективный.

Для эффективной организации курса используются различные формы проведения занятий: эвристическая беседа, практикум, интеллектуальная игра, дискуссия, творческая работа, викторина.

**Требования к уровню подготовки.**

В результате реализации программы учащиеся должны:

1. Знать нестандартные методы решения различных математических задач.
2. Научиться ярко демонстрировать свои находки, искать красивые , изящные решения задач.
3. Добывать нужную информацию из различных источников.
4. Проводить доказательные рассуждения, логически обосновывать выводы.

Ообладать опытом самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

**Используемая литература.**

1. Фарков А.В. Математические кружки в школе. 5-8 классы. – М.:Айрис-пресс, 2005. – 144 с. – (Школьные олимпиады).

2. Ф.Ф. Нагибин, Е.С. Канин. Математическая шкатулка: пособие для учащихся.-4-е изд.,-М.: просвещение, 1984.

3. Спивак А.В. Математический кружок. 6-7 классы. М.:Посев, 2003. С.128.

4. Олимпиадные задания по математике 5-8 классы.( 500 нестандартных задач для проведения конкурсов и олимпиад. Развитие творческой сущности учащихся). / автор-составитель Н.В.Заболотнева.-Волгоград: Учитель, 2006.

5. Задачи для внекласной работы по математике в 5-6 классах / сост.В.Ю.Сафонова, М.:МИРОС, 1995

6. Д.В. Клименченко. Задачи по математике для любознательных: Кн. для учащихся 5-6 классов сред.шк.-М.: Просвещение.

7. Материалы районных олимпиад по математике.

**Содержание программы**

**1.Вводное занятие (1ч)**

           Техника безопасности при работе в кабинете математики. Правила работы с различными чертежными инструментами и инструментами ручного труда. Правила поведения в коллективе. Знакомство с коллективом. Опрос на тему «Зачем человеку нужна математика?» Беседа об этике общения в коллективе, о взаимовыручке.Знакомство с планом работы кружка.

**2. История развития математики. Системы исчисления(43ч)**  
История развития математики. Древнеримская и другие нумерации. Системы счисления. Приемы быстрого счета. Из жизни математиков. Олимпиада. Математическая игра «Счастливый случай».

**3.Делимость чисел (24ч).**   
Признаки делимости на 4,6,7,8,11,13,19. Решение задач с использованием признаков делимости.

**4. Решение задач (69)**

Задачи, решаемые с конца.Задачи на переливания.Задачи на взвешивание.Задачи на переправы.Математические ребусы.Задачи на расстановку скобок и знаков.Логические задачи. Олимпиадные задачи.Некоторые старинные задачи.Задачи на составление уравнений.Задачи на проценты.Задачи на движение. Задачи на принцип Дирихле.Нестандартные задачи. Математические конкурсы и соревнования.

**5.Геометрия (36ч)**

Разрезание и перекраивание фигур. Головоломки со спичками. Танграм .Кроссворды и чайнворды.Лист Мебиуса. Пропорции. Симметрия вокруг нас (осевая, центральная, зеркальная).Знакомство с пространственными фигурами. Решение задач на площадь и объемы пространственных фигур.Геометрическая викторина.

**6.Элементы комбинаторики и теории вероятности (18ч)**  
Перестановки. Размещения. Сочетания. Случайные события. Решение задач на определение вероятности событий.

**7.Итоговое занятие (1ч)**

Подведение итогов работы кружка. Устная олимпиада.

**Тематическое планирование курса**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№/№**  **п/п** | **Тематика кружковых занятий** | **Кол-во**  **часов** | **Дата** |
| **1** | Организационное занятие. Знакомство с планом работы. Математическая смесь. | 1 |  |
| **2** | Счет у первобытных людей. История развития математики:Древний Восток (Египет, Вавилон, Китай), Древняя Греция, Индия, страны Ислама. | 2 |  |
| **3** | История развития математики: Западная Европа, Россия. | 1 |  |
| **4** | Запись цифр и действий у других народов. | 1 |  |
| **5** | Древнеримская и другие нумерации. | 1 |  |
| **6** | Десятичная система счисления. | 2 |  |
| **7** | Двоичная система счисления. | 2 |  |
| **8** | Перевод из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. | 4 |  |
| **9** | Восьмеричная система счисления. | 2 |  |
| **10** | Перевод из восьмеричной в десятичную систему счисления. | 4 |  |
| **11** | Некоторые приемы устного счета. | 2 |  |
| **12** | Занимательные истории из жизни математиков. | 2 |  |
| **13**  **14** | **Проведение школьной математической олимпиады.** | 3 |  |
| **15** | Разбор заданий школьной математической олимпиады. | 2 |  |
| **16** | Математическая игра «Счастливый случай» | 1 |  |
| **17** | Признаки делимости на 4,6,8. | 3 |  |
| **18** | Признаки делимости на 7 и 11. | 3 |  |
| **19** | Признаки делимости на 13 и 19. | 3 |  |
| **20** | Решение задач с использованием признаков делимости. | 5 |  |
| **21** | Решение задач методом «с конца». | 5 |  |
| **22** | Задачи на переливания. | 5 |  |
| **23** | Задачи на взвешивание. | 5 |  |
| **24** | Задачи на переправы. | 5 |  |
| **25** | Математические ребусы. | 3 |  |
| **26** | Математическая карусель. | 3 |  |
| **27** | Задачи на расстановку скобок и знаков. | 4 |  |
| **28** | Повторение методов решения задач, рассмотренных ранее. | 5 |  |
| **29** | Логические задачи. | 4 |  |
| **30** | Решение олимпиадных задач. | 6 |  |
| **31** | Математическое соревнование (математическая драка). | 1 |  |
| **32** | Принцип Дирихле. | 2 |  |
| **33** | Решение задач на принцип Дирихле. | 3 |  |
| **34** | Круги Эйлера. Графы. | 3 |  |
| **35** | Применение графов к решению задач. | 3 |  |
| **36** | Текстовые задачи (математические игры, выигрышные ситуации). | 5 |  |
| **37** | Решение нестандартных задач. | 5 |  |
| **38** | Задачи-шутки. | 4 |  |
| **39** | Математический КВН. | 1 |  |
| **40** | Некоторые старинные задачи. | 3 |  |
| **41** | Арифметическая викторина. | 1 |  |
| **42** | Задачи на составление уравнений. | 4 |  |
| **43** | Задачи на проценты. | 4 |  |
| **44** | Задачи на движение. | 4 |  |
| **45** | Решение олимпиадных задач. | 6 |  |
| **46** | Математическое соревнование (математическая карусель). | 1 |  |
| **47** | Геометрия на клетчатой бумаге: рисование фигур на клетчатой бумаге, разрезание фигур на равные части. | 2 |  |
| **48** | Геометрические задачи на разрезание и перекраивание фигур. | 2 |  |
| **49** | Решение и составление задач со спичками. | 3 |  |
| **50** | Сотни фигур из 7 частей (танграм, полимино). | 2 |  |
| **51** | Кроссворды и чайнворды. | 2 |  |
| **52** | Творческая работа по составлению кроссвордов и чайнвордов. | 3 |  |
| **53** | Лист Мебиуса. | 1 |  |
| **54** | Красота и гармония пропорций (Презентация работы) | 1 |  |
| **55** | Симметрия вокруг нас (осевая, центральная, зеркальная). | 4 |  |
| **56** | Знакомство с пространственными фигурами. Конструирование фигур. | 3 |  |
| **57** | Геометрия в пространстве: задачи, связанные с прямоугольным параллелепипедом. | 5 |  |
| **58** | Решение задач на площадь и объемы пространственных фигур. | 5 |  |
| **59** | Геометрическая викторина. | 1 |  |
| **60** | Элементы комбинаторики. | 1 |  |
| 61 | Простейшие комбинаторные задачи. | 3 |  |
| 62 | Перестановки. | 4 |  |
| 63 | Размещения. | 3 |  |
| 64 | Сочетания. | 4 |  |
| 65 | Случайные событияи их вероятности. | 4 |  |
| 66 | Решение задач на определение вероятности событий. | 3 |  |
| 67 | Решение олимпиадных задач по теории вероятности. | 6 |  |
| 68 | Итоговое занятие. Устная олимпиада. | 1 |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Тема | Количество  часов | Дата  проведения занятия по плану | Дата  фактического  проведения  занятия |
| 1 | Натуральные и рациональные числа. | 3 |  |  |
| 2 | Действительные числа. | 3 |  |  |
| 3 | Буквенные выражения. | 4 |  |  |
| 4 | Многочлены. | 4 |  |  |
| 5 | Алгебраические дроби. | 3 |  |  |
| 6 | Степень с целым показателем и её свойства. | 4 |  |  |
| 7 | Квадратный корень и его свойства. | 3 |  |  |
| 8 | Линейные и квадратные уравнения с одной переменной. | 5 |  |  |
| 9 | Рациональные уравнения. | 3 |  |  |
| 16 | Основные понятия и утверждения геометрии. | 2 |  |  |
| 17 | Вычисление длин. | 3 |  |  |
| 18 | Вычисление углов. | 3 |  |  |
| 19 | Вычисление углов. | 2 |  |  |
| 20 | Вычисление площадей. | 2 |  |  |
| 21 | Вычисление площадей. | 2 |  |  |
| 24 | Текстовые задачи. | 4 |  |  |
| 25 | Текстовые задачи. | 2 |  |  |
| 26 | Представления зависимостей между величинами в виде формул. | 4 |  |  |
| 27 | Чтение графиков реальных зависимостей. | 2 |  |  |
| 28 | Прикладные задачи | 3 |  |  |

**Контрольная работа по геометрии № 1 (10 класс).**

**Тема: «Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия». Погорелов А. В.**

**1 вариант**

**2 вариант**

1. **Сформулируйте три аксиомы стереометрии.**

1. **Сформулируйте три аксиомы стереометрии.**

1. **Через точки А , В и середину М отрезка АВ проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках А1, В1, М1 соответственно. Найти длину отрезка ММ1, если АА1 = 13 м, ВВ1 = 7 м, причем отрезок АВ не пересекает плоскость α.**

1. **Через точки А , В и середину С отрезка АВ проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость β в точках А1, В1, С1 соответственно. Найти длину отрезка СС1, если АА1 = 3 см, ВВ1 = 17 см, причем отрезок АВ не пересекает плоскость β.**

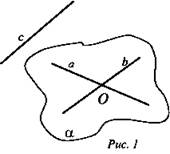
1. **Даны параллелограмм АВСД и не пересекающая его плоскость. Через вершины параллелограмма проведены параллельные прямые, пересекающие данную плоскость в точках А1,В1 ,С1 ,Д1. Найти длину отрезка ВВ1 , если: АА1 = 34 м, СС1 = 42 м, ДД1 = 59 м .**

1. **Даны параллелограмм АВСД и не пересекающая его плоскость. Через вершины параллелограмма проведены параллельные прямые, пересекающие данную плоскость в точках А1,В1 ,С1 ,Д1. Найти длину отрезка АА1 , если: ВВ1 = 52 м, СС1 = 67 м, ДД1 = 44 м .**

Вариант I

№ 1. Дано: a ∩ b в точке О, а и с скрещивающиеся (рис. 1).

Могут ли прямые b и с быть параллельными?



Решение:

1. Через а ∩ b в точке О проведем плоскость α (по теореме п. 3, стр. 7).

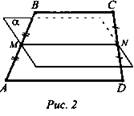
2. а и с - скрещивающиеся, значит, с ∉ α.

3. Прямые b и с могут быть параллельными. (Ответ: да.)

№ 2. Дано: ABCD - трапеция; α - плоскость; α ∩ АВ в точке М; α ∩ CD в точке N; AM = MB; CN = ND; MN = 8 см; AD = 10 см (рис. 2).

а) Доказать: AD || α.

б) Найти: ВС.

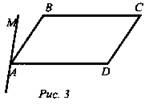


Доказательство: a) MN ∈ α; MN - средняя линия трапеции ABCD; MN || ВС и MN || AD no свойству средней линии. Значит, AD || α.

Решение: б) https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image415.jpg (Ответ: a) AD || α; б) ВС = 6 см.)

№ 3. Дано: ABCD - квадрат; МА - прямая; МА ∉ (ABCD) (рис. 3).

Доказать: МА и ВС - скрещивающиеся.



Найти: угол между прямыми МА и ВС, если ∠MAD = 45°.

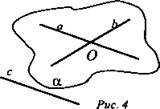
Доказательство: https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image417.jpg в точке А ∉ ВС. Значит, МА и ВС - скрещивающиеся.

Решение: ВС || AD - как противолежащие стороны квадрата, значит, угол между прямыми МА и ВС будет ∠MAD = 45° по условию. (Ответ: а) МА и ВС - скрещивающиеся; б) угол между прямыми МА и ВС равен 45°.)

Вариант II

№ 1. Дано: a ∩ b в точке О; а || с (рис. 4).

Могут ли прямые b и с быть скрещивающимися?



Решение:

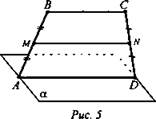
1. Через a ∩ b в точке О проведем плоскость α (по теореме п. 3).

2. а || с - по условию, значит, если с ∈ α, то b ∩ с, а если с ∉ α, то b и с - скрещивающиеся. (Ответ: могут.)

№ 2. Дано: ABCD - трапеция, α - плоскость, α ∩ (ABCD) по прямой AD, то есть AD ∈ α, точка М - середина АВ, точка N - середина CD (рис. 5).

а) Доказать: MN || α.

б) Найти: AD, если ВС = 4 см, MN = 6 см.



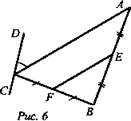
Доказательство: a) 1. MN - средняя линия трапеции ABCD, значит, MN || ВС и MN || AD. 2. Так как AD ∈ α по условию, то МN || α.

Решение: б) https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image420.jpg (Ответ: a) MN || α; б) AD = 8 см.)

№ 3. Дано: ΔABC; CD - прямая; CD ∉ (ABC); точка Е - середина АВ, точка F - середина ВС (рис. 6).

а) Доказать: CD и EF - скрещивающиеся.

б) Найти: угол между прямыми CD и EF, если ∠DCА = 60°.



Доказательство: EF - средняя линия ΔABC, EF ∈ (ABC), CD ∉ (ABC), CD ∩ (ABC) в точке С, значит, CD и EF - скрещивающиеся прямые.

[Ads by](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**[optAd360](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**

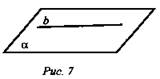
Решение: EF || СА - по свойству средней линии ΔАВС, значит, угол между прямыми CD и EF будет считаться угол между прямыми DC и СА, то есть ∠DCA, который равен 60°. (Ответ: a) CD и EF - скрещивающиеся; б) угол между прямыми СD и EF равен 60°.)

II уровень.

Вариант I

№ 1. Дано: α - плоскость, а || α, а ∉ α, b ∈ а (рис. 7).

Определите, могут ли прямые: а) быть параллельными; б) пересекаться; в) быть скрещивающимися.



Решение:

а) https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image423.jpg значит, а и b могут быть параллельными;

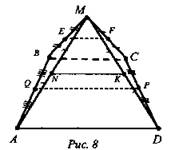
б) https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image424.jpg значит, а и b не могут пересекаться;

в) https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image425.jpg значит, а и b могут быть скрещивающимися. (Ответ: а) да; б) нет; в) да.)

№ 2. Дано: ABCD - трапеция, (AD || ВС); точка М ∉ (ABCD); QP - средняя линия трапеции; NK - средняя линия ΔAMD; EF - средняя линия ΔВМС; QP = 16 см; АD : ВС = 5 : 3 (рис. 8).

а) Доказать: EF || NK.

б) Найти: EF; NK.



[Ads by](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**[optAd360](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**

Доказательство:

1) EF || ВС и NK || AD - по свойству средней линии треугольника;

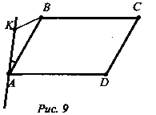
2) AD || ВС - по условию, значит EF || NK.

Решение: Пусть х - коэффициент пропорциональности k, тогда AD = 5х, ВС = 3х. Так как https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image427.jpg - по свойству средней линии трапеции, то составим и решим уравнение. https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image428.jpg значит, k = 4, тогда AD = 20 см, ВС = 12 см. Тогда https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image429.jpg https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image430.jpg (Ответ: a) EF || NK; б) 10 см; 6 см.)

№ 3. Дано: ABCD - квадрат; КА ∉ (ABCD); КА ∩ (ABCD) в точке А. ∠AKB = 85°, ∠ABK = 45° (рис. 9).

а) Доказать: КА и CD - скрещивающиеся.

б) Найти: угол между прямыми КА и CD.



Доказательство: CD ∈ (ABCD), КА ∉ (ABCD) - по условию и КА ∩ (ABCD) в точке А ∉ CD, тогда КА и СD - скрещивающиеся.

Решение:

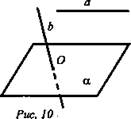
1) CD || АВ, CD = АВ, КА ∩ ВА в точке А, значит, углом между прямыми КА и CD будет являться ∠KАВ.

2) Так как ∠АКB = 85°, ∠АВК = 45°, то ∠КАВ = 180° - (∠АКB + ∠АВК) = 180° - (85° + 45°) = 50°. Ответ: а) КА и СD - скрещивающиеся; б) угол между прямыми КА и СD равен 50°.)

Вариант II

№ 1. Дано: α - плоскость, а || α, b ∩ α в точке О (рис. 10).

Определите, могут ли прямые а и Ь: а) быть параллельными; б) пересекаться; в) быть скрещивающимися.



Решение:

а) Так как а || α, b ∩ α в точке О, то а и b не могут быть параллельными;

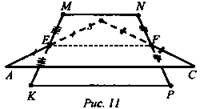
б) b ∩ α в точке О; а || α, тогда а и b могут пересекаться;

в) а || α, b ∩ α в точке О, значит, а и b могут быть скрещивающимися. (Ответ: а) нет; б) да; в) да.)

№ 2. Дано: ΔABC, ΔKMNP - трапеция; КР || MN; EF - средняя линия ΔАВС и трапеции KMNP. КР : MN = 3 : 5, АС = 16 см (рис. 11).

а) Доказать: АС || КР.

б) Найти: КР и MN.



Доказательство: EF || АС - по свойству средней линии ΔАВС; EF || КР - по свойству средней трапеции KMNP. Значит, АС || КР.

Решение:

1. https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image434.jpg

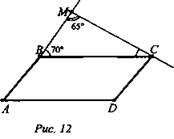
2. Пусть k - коэффициент пропорциональности, тогда КР = 3k, MN = 5k.

https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image435.jpg значит, https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image436.jpg (Ответ: а) АС || КР; б) КР = 6 см; MN = 10 см.)

№ 3. Дано: ABCD - ромб; точка М ∉ (ABCD); МС - прямая; МС ∩ (ABCD) в точке С (рис. 12).

а) Доказать: МС и AD - скрещивающиеся.

б) Найти: угол между МС и AD, если ∠MBC = 70°, ∠BMC = 65°.



Доказательство: МС ∉ (ABCD), MС ∩ (ABCD) в точке AD ∈ (ABCD), значит, МС и AD - скрещивающиеся прямые.

Решение:

1. AD || ВС - как противолежащие стороны ромба; ВС ∩ МС в точке С, значит, утлом между прямыми МС и AD будет считаться ∠MCB.

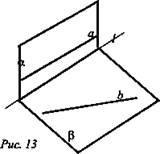
2. https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image438.jpg (Ответ: а) МС и AD - скрещивающиеся; б) угол между МС и AD равен 45°.)

III уровень

Вариант I

№ 1. Дано: α и β - плоскость, α ∩ β по прямой l, а || l; а и b - скрещивающиеся (рис. 13.).

Определите, могут ли прямые а и b; а) лежать в одной плоскости; б) лежать в разных плоскостях α и β; в) пересекать плоскости α и β.



Решение:

а) Так как а и b - скрещивающиеся, то они лежат в разных плоскостях; не могут лежать в одной плоскости.

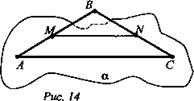
б) Так как а и b - скрещивающиеся, то они могут лежать только в разных плоскостях.

в) Если прямая а ∩ α, то а ∩ l - что противоречит условию а || l, если прямая а ∩ β, то а ∩ l - что противоречит условию а || l; прямая b может пересекать плоскость α, не пересекает плоскость β. (Ответ: а) нет; б) да; в) нет.)

№ 2. Дано: ΔАВС; α - плоскость; α ∩ (ABC) по прямой MN; М ∈ АВ; N ∈ ВС; АМ : МВ = 3 : 4; CN : BC =3 : 7; MN = 16 см (рис. 14).

а) Доказать: АС || α.

б) Найти: АС.



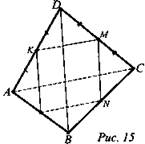
Доказательство: Рассмотрим ΔABC и ΔMBN. У них: a) ∠B - общий; б) https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image441.jpg Значит, ΔABC ~ ΔMBN ⇒ ∠BMN = ∠BAC и ∠BNM = ∠BCA - и они соответственные при прямых MN и AC; AB и ВС - секущие, значит, MN || AC. https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image442.jpg

Решение:

Из ΔАВС ~ ΔMBN ⇒ https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image443.jpg (Ответ: а) АС || α; б) АС = 28 см.)

№ 3. Дано: А, В, С и D - не лежат в одной плоскости. АС = 6 см; BD = 8 см. Расстояние между серединами отрезков AD и ВС равно 5 см (рис. 15).

Найти: угол между прямыми АС и BD.



Решение:

1. Отметим точку К - середину AD, N - середину ВС. Проведем КМ || BD, тогда углом между прямыми АС и BD будем считать ∠KMN.

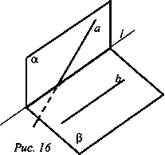
2. КМ = 1/2АС = 3 см; MN = 1/2BD = 4 см; KN = 5 см (как расстояние между прямыми AD и ВС).

3. Получили ΔKMN со сторонами 3 см, 4 см, 5 см - это египетский треугольник. Значит, ∠КMN = 90°. (Ответ: 90°.)

Вариант II

№ 1. Дано: α и β по прямой l; l ∩ а в точке А, l || b (рис. 16).

Определите, могут ли прямые а и b: а) лежать в одной из данных плоскостей; б) лежать в разных плоскостях α и β; в) пересекать плоскости α и β.



Решение:

а) b || l, значит, b || α и b || β; а ∩ l, значит, а может пересекать либо α и лежать в β, либо пересекать β и лежать в α. Поэтому а и b могут лежать в одной из данных плоскостей;

б) а и b могут лежать в разных плоскостях α и β;

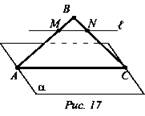
в) b || l ⇒ b не может пересекать ни α, ни β. А прямая а ∩ l, поэтому может пересекать либо α, либо β. (Ответ: а) да; б) да; в) нет.)

№ 2 Дано: ΔАВС; α - плоскость; AC ∈ α; l - прямая АВ ∩ l в точке М; ВС ∩ l в точке N; BN : NC= 2 : 3, АМ : АВ = 3 : 5; AС = 30см (рис. 17).

а) Доказать: MN || α.

б) Найти: MN.

[Ads by](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**[optAd360](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**

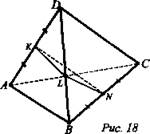


Доказательство: Рассмотрим ΔMBN и ΔAВС. У них: а) ∠В - общий; б) https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image447.jpg Значит, ΔMBN ~ ΔАВС. Из этого следует, что ∠BMN = ∠BAC и ∠BNM = ∠BCA - они являются соответственными при прямых MN и АС и секущих АВ и ВС. Значит, https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image448.jpg

Решение: Из https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image449.jpg (Ответ: a) MN || α; б) MN = 12 см.)

№ 3. Дано: А, В, С, D - не лежат в одной плоскости. АВ = CD = 6 см. Расстояние между серединами отрезков АВ и ВС = 3 см (рис. 18).

Найти: угол между прямыми АВ и CD.



Решение:

1. Отметим точку К - середину AD и точку N середину ВС. Проведем KL || АВ; LN || DC, тогда углом между прямыми АВ и CD будем считать ∠KLN.

2. KL || АВ и https://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image451.jpghttps://compendium.su/mathematics/geometry10/geometry10.files/image452.jpg как расстояние между серединами отрезков AD и ВС.

[Ads by](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**[optAd360](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**

3. Получим ΔKLM - равносторонний, значит, ∠KLN = 60°. (Ответ: 60°.)

[Ads by](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**[optAd360](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=compendium.su" \t "_blank)**

﻿  
  
  
**[Предыдущая](https://compendium.su/mathematics/geometry10/15.html)[Содержание](https://compendium.su/mathematics/geometry10/index.html)[Следующая](https://compendium.su/mathematics/geometry10/17.html)**  
﻿

Recommended Content by [compendium.su](https://vdo.ai/?utm_medium=carousel&utm_term=compendium.su&utm_source=vdoai_logo" \t "_blank)

Skip Ad

[Поурочные разработки по русскому языку 7 класс к учебнику М.Т. Баранова - 2013 год](https://compendium.su/rus/7klass_3/index.html?utm_campaign=c-compendium-su&utm_medium=recirculation&utm_source=vdoai_carousel" \t "_blank)

Библиотека образовательных материалов для студентов, учителей, учеников и их родителей.

Все материалы доступны по лицензии [Creative Commons — «Attribution-NonCommercial»](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/deed.ru)

Наш сайт не претендует на авторство размещенных материалов. Мы только конвертируем в удобный формат материалы из сети Интернет, которые находятся в открытом доступе и присланные нашими посетителями.

Если вы являетесь обладателем авторского права на любой размещенный у нас материал и намерены удалить его или получить ссылки на место коммерческого размещения материалов, обратитесь для согласования к администратору сайта.

Разрешается копировать материалы с обязательной гипертекстовой ссылкой на сайт, будьте благодарными мы затратили много усилий чтобы привести информацию в удобный вид.

© 2014-2021 Все права на дизайн сайта принадлежат [С.Є.А.](https://website-designer-2149.business.site/)

**Контрольная работа №1**

**по теме: «Аксиомы стереометрии.**

**Взаимное расположение прямой и плоскости»**

**Вариант I**

1. Прямая а параллельна плоскости α, прямая b также параллельна плоскости α. Могут ли а и b:

а) Быть параллельными?

б) Пересекаться?

в) Быть скрещивающимися прямыми?

1. Точка М лежит вне плоскости параллелограмма АВСD.  
   а) Докажите, что средние линии треугольников MAD и MBC параллельны.  
   б) Найдите эти средние линии, если боковая сторона параллелограмма равна 5, а его высота равная 4 и делит сторону, к которой проведена, пополам.

1. Плоскость α пересекает стороны АВ и ВС треугольника АВС в точках М и N соответственно. BN:NC=5:8. MB:AB=5:13.  
   а) Докажите, что АС || α.  
   б) Найдите MN, если АС=26.
2. Через вершину С квадрата АВСD, проходит прямая СК, не лежащая в плоскости квадрата.  
   а) Докажите, что СК и АD скрещивающиеся.  
   б) Чему равен угол между СК и АD. Угол СВК равен 45 градусов, угол СКВ равен 75 градусов?

**Вариант II**

1. Прямая а пересекает плоскость α, прямая b также пересекает плоскости α. Могут ли а и b:

а) Быть параллельными?

б) Пересекаться?

в) Быть скрещивающимися прямыми?

1. Треугольник АВС и трапеция KMNP имеют общую среднюю линию EF, MN||EF, EF||BC.  
   а) Докажите, что ВС|| KP.  
   б) Найдите KP и MN, если ВС=24, КР:MN = 8:3.
2. Плоскость α проходит через сторону АВ треугольника АВС. Прямая пересекает стороны ВС и АС в точках M и N соответственно. МС:ВC=6:13, NC:AN=6:7.  
   а) Докажите, что MN || α.  
   б) Найдите MN, если АС=39.
3. Точка F лежит вне плоскости трапеции ABCD.  
   а) Докажите, что AF и BC скрещивающиеся.  
   б) Чему равен угол между AF и BC, если угол AFD равен 70 градусов, угол FDA равен 40 градусов?